

URSZULA OSZWA

*Dziecko z trudnościami w uczeniu się matematyki w
perspektywie międzynarodowej - próba syntezy*

The child with problems with learning mathematics in the international perspective
- an attempt at a synthesis

WPROWADZENIE

Wraz z rozwojem badań nad zjawiskiem dysleksji wzrasta zainteresowanie problematyką specyficznych trudności w uczeniu się matematyki w wielu krajach Europy i świata. Badacze w większości państw opierają podstawy metodologiczne prowadzonych poszukiwań na kryteriach i wskazówkach diagnostycznych tego zaburzenia zawartych w amerykańskiej klasyfikacji chorób i zaburzeń psychicznych DSM-IV. Mimo podobieństw zwraca uwagę fakt, iż zagadnienie to jest jednak traktowane w sposób zróżnicowany w poszczególnych krajach. Na podstawie danych dostępnych w literaturze można sądzić, iż szczególnie zainteresowanie problemem wykazują następujące kraje: Wielka Brytania, Belgia, Hiszpania, Włochy, Izrael, Polska, USA, Kanada, Japonia oraz Australia (tab. 1).

W poszczególnych krajach podejście do problematyki trudności w uczeniu się matematyki stanowi konsekwencję przyjętego modelu zaburzenia. W niektórych państwach realizowany jest model medyczny, w innych - model społeczny (Sayles 2004). Zgodnie z modelem medycznym trudności w uczeniu się matematyki ujmowane są w sposób tradycyjny, czyli jako problem dotyczący jednostki, stanowiący konsekwencję deficytów funkcji psychicznych. Sugeruje się, aby zaburzenie takie objąć interwencją zbliżoną do medycznej, tzn. polegającą na wyleczeniu lub zmniejszeniu objawów zaburzenia.

Tab. 1. Państwa, w których prowadzone są badania w zakresie specyficznych trudności w uczeniu się matematyki The countries carrying out research into specific problems with learning mathematics

Kraj	Badacze
USA	David Geary, Nancy Jordan, Laura Hanich
Kanada	Byron Rourke, James Conway
Francja	Stanislav Dehaene, Michel Fayol
Belgia	Wim Flas, Xavier Seron
Hiszpania	Ana Casas, Rosa Castellar
Włochy	Marco Zorzi, Carlo Semenza, Luiza Girelli, Cesare Cornoldi, Daniela Lucangeli
Izrael	Ruth Shalev, Varda Gross-Tsur
Polska	Edyta Gruszczyk-Kolczyńska
Japonia	Yumiko Ono
Australia	MacGintie,
Wielka Brytania	Brian Butterworth, Peter Bryant

W modelu społecznym sama istota zaburzenia jest traktowana podobnie jak w modelu medycznym, jednak większy nacisk położony jest na likwidację barier środowiskowych i dążenie do przywrócenia osobom z zaburzeniami możliwości funkcjonowania społecznego na poziomie zbliżonym do osób bez problemów w liczeniu czy czytaniu. Inaczej mówiąc, w modelu społecznym dąży się do umożliwienia osobom z dyskalkulią pełnego uczestnictwa w kształceniu i życiu społecznym poprzez integrację nauczania i realizację własnych możliwości bez względu na przejawiane trudności. W większości krajów Unii Europejskiej, a także w USA i Kanadzie obserwuje się w ostatnich latach tendencję do wspierania społecznego modelu zaburzeń w liczeniu. W rezultacie prowadzi to do włączania uczniów o specjalnych potrzebach edukacyjnych (akronim: SPE), w tym także w zakresie opanowania podstaw posługiwania się liczbami, do głównego nurtu nauczania, jednak z zapewnieniem nauczycielom wsparcia w formie szkoleń, pomocy, sprzętu i terapeutów, monitorujących zindywidualizowane kształcenie tych dzieci (por. Sayles 2004).

TERMINOLOGIA I KRYTERIA ROZPOZNAWANIA

Jak wynika z raportów i doniesień badawczych (Casas, Castellar 2004, Cornoldi, Lucangeli 2004, Desote, Royers, de Clercq 2004, Kraayenoord, Elkins 2004, Woodward 2004, Woodward, Ono 2004), w poszczególnych krajach przyjmuje się podobne, ale też nieco odmienne kryteria identyfikacji dzieci przejawiających zakłócenia w rozwoju zdolności niezbędnych do prawidłowego posługiwania się liczbami w zakresie wykonywania operacji arytmetycznych i różnych form rozumowania matematycznego (tab. 2).

Tab. 2. Określenia używane do opisu trudności w uczeniu się matematyki w wybranych krajach Europy i świata - kryteria diagnostyczne
 Definitions used to describe difficulties with learning mathematics in selected countries of Europe and of the world - diagnostic criteria

Kraj	Termin	Kryteria
Polska	Specyficzne trudności w uczeniu się matematyki, dyskalkulia	DSM-IV, ICD-10; w praktyce: badanie pedagogiczne
Wielka Brytania	Numeracy, dyscalculia	DSM-IV; najniższe 10% wyników w Dyscalculia Screener; BAS – normy wiekowe
Belgia	Mathematics Learning Disabilities – MLD (– 2SD) Mathematics Learning Problems – MLP (– 1SD)	DSM-IV: Specyficzność (na bazie normy intelektualnej), głębokość (2 SD poniżej normy w testach arytmetycznych), zauważalność (nauczyciel zauważa poważne trudności)
Hiszpania	Mathematical Learning Disabilities – MLD	DSM-IV; wywiad z nauczycielem, rodzicami; badanie psychologiczne dziecka
Włochy	Arithmetic Learning Disabilities – ALD	Niskie wyniki pomiaru BA – Basic Arithmetics; APS – Arithmetic Problem Solving
Izrael	Developmental dyscalculia	DSM-IV; Standaryzowany Test Zdolności Arytmetycznych
Japonia	Students with Learning Difficulties in Mathematics	Obserwacja nauczyciela – porównanie osiągnięć w klasie
Australia	Mathematics Learning Difficulties – MLD	Konieczność dodatkowej pomocy w uczeniu się matematyki (wg oceny nauczyciela)
USA	Mathematical Difficulties, Disorders, Disabilities – MD	Kryteria A, B, C w DSM-IV (315.1)

Objaśnienia skrótów: BAS – British Ability Scales (skale do pomiaru osiągnięć w czytaniu, pisaniu i liczeniu); BA – Basic Arithmetics – podstawowe operacje arytmetyczne; APS – Arithmetic Problem Solving – rozwiązywanie prostych zadań tekstowych; kryteria DSM-IV: A – odchylenia specyficzne, przy normie I.I.; B – trudności w czynnościach liczenia w różnych sytuacjach; C – nie są one skutkiem wad sensorycznych.

Z przeglądu danych zawartych w tabeli 2 wynika, iż terminologia stosowana do określenia trudności w liczeniu u dzieci jest zróżnicowana w poszczególnych krajach, mimo iż w większości z nich bazę wyjściową stanowią wskazówki zawarte w DSM-IV. Określenia używane do opisu trudności w uczeniu się matematyki u dzieci o przeciętnym rozwoju intelektualnym są związane także z dyscypliną naukową, jaką reprezentują badacze. W naukach pedagogicznych częściej spotkać można termin trudności czy niepowodzenia (*difficulties*) (Kraayenoord, Elkins 2004, por. też Gruszczyk-Kolczyńska 1994), w naukach

psychologicznych bardziej rozpowszechnione jest pojęcie zaburzeń (*disabilities*), natomiast w neuropsychologii i naukach medycznych - dyskalkulii (Shalev i wsp. 2001, Butterworth 1999). Podobnie jest z kryteriami uwzględnianymi do wyodrębniania tych dzieci z grupy wszystkich uczniów. Na szczególną uwagę zasługuje wprowadzony w Belgii (Desoete, Roeyers, Clerq 2004) przejrzysty sposób różnicowania dwóch poziomów trudności, tj. 1) dzieci ze specyficznymi **zaburzeniami** liczenia (ponad dwa odchylenia standardowe względem normy) oraz 2) dzieci z **łagodniejszymi problemami** w tym zakresie (wyniki w testach liczenia gorsze od rówieśników o mniej niż jedno odchylenie standardowe).

ŚWIADOMOŚĆ I SKALA PROBLEMU

W wielu krajach prowadzone są regularne badania nad częstością występowania specyficznych trudności w uczeniu się matematyki u dzieci. Zróżnicowane wyniki mogą być konsekwencją wielu czynników, takich jak: a) odmienne kryteria uwzględniane w analizie wyników, b) różnice w operacyjnej definicji ocenianych zaburzeń, c) zróżnicowane metody diagnozy dyskalkulii (tab. 3).

Tab. 3. Częstość występowania dyskalkulii rozwojowej w wybranych krajach - opracowanie własne na podstawie danych z literatury
Incidence of developmental dyscalculia in selected countries - author's own study based on data from the literature

Kraj	Wielkość badanej próby	Częstość występowania
Belgia	N=3978 dzieci z klas 2, 3, 4	MLD: 2,3%–7,7%; MLP: 23,5%–25,5%
Izrael	N=140 (Shalev, Gross-Tsur 1997)	6,4%
Włochy	N=100 dzieci z klas 1–6; N=3595 z klas 1–5 (Cornoldi 2002).	4%–5%
USA	N=300 z klas 1–8 (Badian 1983)	5,5%
Australia	Dane szacunkowe (Kraayenoord, Elkins 2004)	około 10%
Wielka Brytania	N=1206 (Lewis i wsp. 1994)	SAD 1,3%; ARD 2,3%
Japonia	brak badań	problem słabo opisany w literaturze
Polska	brak danych	brak badań nad częstością występowania specyficznych trudności w uczeniu się matematyki

Objaśnienia skrótów: MLD (Mathematics Learning Disabilities) – głębokie zaburzenia w uczeniu się matematyki; MLP (Mathematics Learning Problems) – trudności w uczeniu się matematyki; SAD (Specific Arithmetic Difficulties) – specyficzne trudności w arytmetyce; ARD (Combined Arithmetic and Reading Difficulties) – łączne trudności w liczeniu i czytaniu.

Mimo zróżnicowanych danych procentowych można przyjąć, że częstość występowania specyficznych zaburzeń w posługiwaniu się liczbami u dzieci waha się w dosyć szerokich granicach, od 1,3% do 7,7%, nie licząc danych szacunkowych (Kraayenoord, Elkins 2004), i nie przekracza 10%, co oznacza, że przeciętnie w klasie na 30 uczniów przypada nie więcej niż troje dzieci z dyskalkulią rozwojową. Podejmowanie badań nad tym problemem wskazuje na wzrost świadomości wczesnego objęcia pomocą dzieci wykazujących nie tylko poważne zaburzenia w przetwarzaniu liczb, ale także tych, które przejawiają trudności w liczeniu lżejszego stopnia.

PROCES DIAGNOZY TRUDNOŚCI W UCZENIU SIĘ MATEMATYKI W SKALI ŚWIATOWEJ

NEUROROZWOJOWY MODEL ROZPOZNAWANIA NIEWERBALNYCH TRUDNOŚCI W UCZENIU SIĘ W KANADZIE

Rezultaty kanadyjskich badań prowadzonych w latach siedemdziesiątych ubiegłego wieku przez B. Rourke'a i jego współpracowników (Rourke 1985) dały początek wyodrębnieniu niewerbalnych trudności w uczeniu się (NLD -*Nonverbal Learning Disabilities*) na drodze empirycznej. Kontynuacja tych badań w latach osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku pozwoliła na określenie profilu funkcji zachowanych i deficytów neuropoznawczych u dzieci z trudnościami w uczeniu się matematyki. Na podstawie rezultatów przeprowadzonych badań Rourke i Conway (1997) wnioskuje, iż wśród trudności w uczeniu się matematyki można wyróżnić dwa wzorce: a) lewopółkulowy i b) prawopółkulowy. Wzorec pierwszy jest uwarunkowany dysfunkcjami językowymi wynikającymi z uszkodzeń lewej półkuli mózgu. U tych dzieci trudności arytmetyczne stanowią rezultat zakłóconego przetwarzania językowego. Wzorec drugi związany jest z dysfunkcjami prawej półkuli mózgu. Uwarunkowany jest deficytami niejęzykowymi, np. wzrokowo-przestrzennymi. Najczęściej występują one u dzieci z NLD, wśród których znajdują się dzieci z trudnościami w uczeniu się matematyki.

Badacze sugerują, iż każdy z wyodrębnionych wzorców może być dalej dzielony na bardziej szczegółowe podtypy trudności. Na przykład niektóre dzieci z trudnościami arytmetycznymi wskutek deficytów niewerbalnych mogą wykazywać agrafię i aleksję liczb, inne - trudności wynikające z zaburzeń pamięci i samego liczenia. Dzieci z deficytami niewerbalnymi mogą należeć do typu wzrokowo-przestrzennego, ale również do typu związanego z zakłóceniami pozajęzykowego wnioskowania i rozumowania na materiale liczbowo-cyfrowym.

Wyniki badań Rourke'a i współpracowników stanowią kanwę zainteresowań dyskalkulią dla specjalistów z wielu krajów. Były one jednymi z pierwszych

badan neurozwojowych nad tym rodzajem trudności, w których zwrócono uwagę na neuropsychologiczne uwarunkowania problemów w liczeniu u dzieci. Wcześniej analizowano głównie czynności zaburzonego liczenia u dorosłych pacjentów z lezjami mózgu.

BADANIE OSIĄGNIĘĆ MATEMATYCZNYCH U DZIECI W STANACH ZJEDNOCZONYCH

W Stanach Zjednoczonych badacze dotychczas interesowali się szerszym problemem specyficznych trudności w uczeniu się u dzieci, a nie ich wąskim aspektem dotyczącym trudności w arytmetyce. Wysiłki praktyków zmierzały do objęcia pomocą specjalistyczną wszystkich dzieci, które wykazywały jakiegokolwiek opóźnienia w przyswajaniu wiedzy szkolnej (Geary 2004, Woodward 2004).

Obecnie do oceny poziomu osiągnięć z matematyki stosuje się wiele wystandaryzowanych metod psychologicznych, wśród których największą popularnością cieszy się WRAT (*Wide Range Assessment Test*), zawierający podtesty badające umiejętności czytania, pisanie i dokonywanie operacji arytmetycznych (Jastak, Wilkinson 1984). Skala posiada normy wiekowe, co umożliwia ilościową analizę uzyskanych wyników. Jednak nie jest to metoda zbyt precyzyjna i służy raczej do dokonania pomiaru umiejętności niż wyodrębnienia dzieci z poważniejszymi problemami w uczeniu się matematyki, występującymi w kontekście prawidłowego rozwoju intelektualnego (por. Geary 2003). Metoda ta nie pozwala bowiem na różnicowanie dzieci pod względem uwarunkowań przejawianych przez nie trudności. Powoduje to włączenie do tej samej grupy dzieci z opóźnieniami intelektualnymi, zaniedbaniami środowiskowymi i edukacyjnymi. Dlatego w większości stanów USA stosowane są eksperymentalne próby kliniczne, oceniające poszczególne aspekty działalności matematycznej dziecka (Geary, Hoard 2002, Geary 2004), co powoduje jednak sporo zamieszania z powodu braku ujednoczonych metod diagnozy na terenie całego kraju. Uwaga praktyków skoncentrowana jest na jakościowej analizie klinicznej uzyskanych wyników i to ona stanowi podstawę diagnozy ocenianych funkcji i umiejętności.

DIAGNOZA ZDOLNOŚCI LICZENIA U DZIECI W AUSTRALII

W Australii w ostatnich latach na zlecenie władz oświatowych opracowano standaryzowane testy do oceny posługiwania się liczbami (MacGinitie 1993). Uczniowie są badani przesiewowo w klasach III, V i VII. Wyniki są podstawą do przyznania dodatkowych środków finansowych na realizowanie najbardziej skutecznych programów edukacji matematycznej. Ponadto służą do dokonania porównań osiągnięć z matematyki pomiędzy szkołami i stanami. Wątpliwości budzą same testy ze względu na ich wąski zakres względem znacznie szerszych programów nauczania matematyki w poszczególnych stanach kraju (Kraay-

noord, Elkins 2004). Metody diagnozy obejmują jedynie trzy aspekty działalności matematycznej dziecka: a) ocenę umiejętności posługiwania się liczbami, b) posługiwania się miarami i c) orientację przestrzenną. Ponadto niewiele jest danych na temat wykonania tych testów przez dzieci z trudnościami w uczeniu się matematyki, bowiem ich zastosowanie ma na celu głównie ocenę efektywności nauczania, a nie pomoc dzieciom z problemami w posługiwaniu się liczbami.

RÓŻNICOWA I FUNKCJONALNA DIAGNOZA TRUDNOŚCI MATEMATYCZNYCH WE WŁOSZECH

We Włoszech badaniami objęto ponad 3500 dzieci z klas I-V, z podziałem na płeć i uwzględnieniem warunków socjoekonomicznych. Zastosowano narzędzie inspirowane neuropsychologicznym modelem przetwarzania liczb, zaproponowanym przez zespół w składzie: McCloskey, Caramazza i Basili (1985). Badania zostały przeprowadzone przez Cornoldiego i współpracowników, a opublikowano je w 1999 roku (Cornoldi i wsp. 1999). Metoda zwana Testem Zdolności Liczenia (Calculation Ability), opracowana przez zespół: Lucangeli, Tressoldi, Fiore (1998, za: Cornoldi i wsp. 1999), obejmowała następujące aspekty posługiwania się liczbami:

- 1) proste obliczenia pisemne (za pomocą symboli i znaków arytmetycznych);
- 2) porównywanie wielkości (która liczba jest większa?);
- 3) transkodowanie słowo-liczba (zapisz liczbę, którą podyktuję);
- 4) porządkowanie liczb (uszereguj liczby w kolejności od najmniejszej do największej);
- 5) pamięciowe operacje arytmetyczne (oblicz, ile to jest 5 dodać 7; ocena dokładności i szybkości dokonywania obliczeń);
- 6) liczenie sposobem pisemnym w zakresie czterech operacji (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie);
- 7) odliczanie do przodu (1-50) i do tyłu (100-50);
- 8) zautomatyzowana/pamięciowa znajomość tabliczki mnożenia (bez każdego razowego dokonywania obliczeń).

Uzyskane wyniki analizowano odrębnie dla każdego podtestu, płci, poziomu edukacji (klasa), a także w zestawieniu z osiągnięciami w czytaniu oraz inteligencją (Cornoldi, Lucangeli 2004). Ilościowa i jakościowa analiza rezultatów pozwoliła na wyodrębnienie typów trudności w uczeniu się matematyki, a także ich praktyczne różnicowanie w procesie diagnozy prowadzącej do zastosowania odrębnych metod terapii w zależności od typu trudności. Skonstruowano także teoretyczny 5-poziomowy model diagnozy charakteru zaburzeń matematycznych, który może stanowić propozycję diagnozy różnicowej i funkcjonalnej dokonywanej w praktyce klinicznej.

Pierwszy poziom procesu diagnostycznego obejmuje różnicowanie specyficznych trudności w arytmetyce (ALD - *Arithmetic Learning Disabilities*) od

trudności w efekcie obniżenia możliwości intelektualnych, nadpobudliwości psychoruchowej czy przyczyn socjoekonomicznych albo edukacyjnych.

Poziom drugi dotyczy powiązania występujących trudności z innymi osiągnięciami szkolnymi oraz zdolnościami i funkcjami (czytaniem, pisaniem, uczeniem się wzrokowo-przestrzennym) bądź ich izolowanym charakterem (Shafir, Siegel 1994, Rourke, Conway 1997, Cornoldi i wsp. 1999).

Trzeci poziom diagnozy zawiera różnicowanie pomiędzy różnymi typami ALD. Na etapie tym poszukuje się odpowiedzi na pytanie: Czy trudności w matematyce u badanego dziecka dotyczą w większym stopniu dokonywania obliczeń czy też rozwiązywania problemów matematycznych (np. w postaci zadań tekstowych)? Jak wynika bowiem z badań Jordan i Montani (1997), część dzieci nie wykazuje trudności w liczeniu, ale przejawia poważne problemy w zakresie rozumowania matematycznego. Posiadają one tzw. wiedzę proceduralną, ograniczoną do automatycznego stosowania strategii liczenia. Natomiast ich zaburzenia mają szerszy zasięg, obejmują tzw. wiedzę konceptualną, wymagającą odpowiedniego poziomu rozwoju procesów kontroli, odwracalności i operacyjnego sposobu myślenia (Piaget 1952, Donlan 1998).

Czwarty poziom procesu diagnostycznego powinien dotyczyć bardziej wnikliwej analizy trudności w liczeniu u badanego dziecka (tzw. *Basic Arithmetic Abilities* - BAA). Różnicowanie dokonane na tym poziomie zmierza do wyodrębnienia defektu podstawowego (por. Łuria 1976) w postaci jednego z trzech rodzajów deficytów. Diagnoza różnicowa koncentruje się wokół poszukiwania rozwiązania następującego problemu: jeżeli trudności dziecka dotyczą liczenia, to czy deficyt dotyczy: a) wiedzy na temat liczb; b) poprawności dokonywania pisemnych obliczeń; c) szybkości i automatyzacji liczenia. Jak wskazują badania Cornoldiego i współpracowników (1999), w praktyce etap ten jest niezwykle trudny, ponieważ wymienione aspekty liczenia są ze sobą ściśle powiązane. Ale występują też przypadki wyraźnej dysocjacji pomiędzy nimi. Z jednej strony bowiem niektóre dzieci posiadają zaledwie podstawową wiedzę o liczbach, a mimo to potrafią wykonywać skomplikowane obliczenia. Z drugiej strony spotyka się dzieci, które posiadają wystarczającą wiedzę o liczbach, jednak ich wyniki w liczeniu są bardzo niskie albo z powodu dużej liczby popełnianych błędów, albo wskutek bardzo wolnego tempa automatyzacji liczenia (Cornoldi, Lucangeli 2004).

Na piątym poziomie diagnozy trudności matematycznych proponuje się zaawansowaną analizę jakościową, zmierzającą do wskazania wąskiego aspektu deficytów przejawianych przez badane dziecko w zakresie ocenianych zdolności i umiejętności operowania liczbami. A zatem, jeśli problemy dotyczą wiedzy o liczbach, to czy są one bardziej wyraziste w zakresie przetwarzania, generowania czy transkodowania liczb? Których operacji dotyczą szczególnie - dodawania, odejmowania, mnożenia czy dzielenia? Czy problem obejmuje w większym stopniu procesy automatyzacji (szybkości), czy poprawności liczenia?

POZNAWCZY I METAPOZNAWCZY PROJEKT DIAGNOZY ZABURZEŃ MATEMATYCZNYCH
W BELGII

W Belgii diagnoza dyskalkulii obejmuje różnicowanie pomiędzy zaburzeniami a problemami (trudnościami) w uczeniu się matematyki (MLD - *Mathematics Learning Disabilities* i MLP - *Mathematics Learning Problems*) oraz adekwatnymi umiejętnościami matematycznymi (AMA - *Adequate Mathematics Abilities*). Zgodnie z kryteriami zawartymi w klasyfikacjach DSM-IV i ICD-10, zaburzenia rozpoznawane są przy ponad 2 odchyleniach standardowych (- 2 SD) poniżej normy, trudności - przy odchyleniach w zakresie jednego odchylenia standardowego (-1 SD) poniżej norm, a prawidłowy rozwój umiejętności przy wynikach w testach arytmetycznych znajdujących się poniżej 1 SD od wyników przeciętnych. W profilu specyficznych zaburzeń w matematyce proponuje się uwzględnianie poznawczych i metapoznawczych wskaźników leżących u podstaw rozwoju procesów przetwarzania liczb.

Kryteria poznawcze obejmują 9 rodzajów zdolności, takich jak:

- 1) rozumienie i tworzenie liczb (McCloskey, Macaruso 1995);
- 2) rozumienie i posługiwanie się symbolami operacji arytmetycznych (+, —, 3) rozumienie i poruszanie się w systemie pozycyjnym;
- 4) umiejętności proceduralne, tj. znajomość strategii liczenia;
- 5) rozumienie pojęć matematycznych (np. 4 dodać 19 równa się...);
- 6) odwracalność operacji umysłowych, związanych z liczeniem (typowe błędy: 48 to połowa ilu? Odpowiedź dziecka: 24);
- 7) werbalne rozumienie kontekstowe i pamięć operacyjna (dotyczy zadań tekstowych dłuższych niż jedno zdanie) (Baddeley 1999);
- 8) selekcja istotnych informacji (trudności z ignorowaniem nieistotnych informacji w zadaniu tekstowym);
- 9) intuicja liczbowa (por. *number sense* - Dehaene 1997), umożliwiająca szacunkową ocenę rzędu wielkości bez liczenia (np. Jakiej liczbie jest najbliższy wynik z działania: o 4 więcej od 15? Wybierz z liczb: 5,10,15,17,70,50) (Desoete, Roeyers, Buysse 2001).

Kompetencje metapoznawcze obejmują trzy główne składniki:

- 1) wiedzę proceduralną i konceptualną (jak się liczy),
- 2) umiejętności metapoznawcze, takie jak: przewidywanie, planowanie, monitorowanie, ocenianie;
- 3) metapoznawcze przekonania, do których zaliczane są: motywacja, samoocena, ocena własnej inteligencji i możliwości uczenia się (Wong 1996).

Wstępne badania w zakresie tych zdolności wykazały obniżony poziom zarówno w zakresie kompetencji poznawczych, jak i metapoznawczych u belgijskich dzieci z zaburzeniami w uczeniu się matematyki. Ich wyniki wymagają jednak dalszych analiz i weryfikacji (Desoete, Roeyers, De Clerq 2004), zanim staną się podstawą do opracowania standaryzowanych metod diagnostycznych.

PSYCHOPEDAGOGICZNA DIAGNOZA TRUDNOŚCI ARYTMETYCZNYCH U DZIECI
W HISZPANII

W Hiszpanii diagnoza specyficznych trudności w uczeniu się matematyki jest procesem złożonym z kilku technik (Casas, Castellar 2004). Pierwsza to wywiad psychopedagogiczny, dotyczący osiągnięć dziecka w uczeniu się matematyki oraz jego postawy wobec tego przedmiotu. Wywiad przeprowadzany jest z nauczycielem matematyki, wychowawcą klasy, rodzicami dziecka. Przeprowadzana jest także rozmowa psychologiczna z dzieckiem. Następnie stosuje się testy psychometryczne, głównie do oceny poziomu inteligencji werbalnej, wykonawczej oraz tzw. czynnika słownego i matematycznego Thurstone'a. Testy badające zdolności i kompetencje posługiwania się liczbami (Garcia, Miranda, Fortes 1999, za: Casas, Castellar 2004) są ukierunkowane na rozpoznanie uwarunkowań przejawianych przez dziecko trudności w matematyce.

PROCES ROZPOZNAWANIA TRUDNOŚCI W POSŁUGIWANIU SIĘ LICZBAMI U DZIECI
W WIELKIEJ BRYTANII

Problem identyfikacji trudności w uczeniu się matematyki u dzieci brytyjskich wiąże się z narastającą potrzebą podnoszenia efektywności kształcenia na poziomie podstawowym w zakresie czytania, pisania i liczenia. Do oceny osiągnięć w uczeniu się stosowana jest Skala Umiejętności BAS (*British Ability Scales*), która zawiera zadania badające poziom czytania, pisania i liczenia u dzieci podlegających masowej edukacji. Jak wskazują jednak intensywne badania nad problemem dyskalkulii, prowadzone w ostatnich latach przez zespół pod kierunkiem B. Butterwortha (1999, Landerl, Bevan, Butterworth 2004), metoda ta nie jest wystarczająca. Nie służy ona bowiem do badania dzieci z trudnościami o charakterze dyskalkulii, a jedynie do oceny poziomu osiągnięć w uczeniu się matematyki. W rezultacie jej zastosowania, podobnie jak większości tradycyjnych narzędzi diagnostycznych, istnieje ryzyko popełnienia błędu polegającego na włączeniu do grupy dzieci z dyskalkulią tych, które nie potrafią nauczyć się matematyki wskutek nieprawidłowych metod nauczania, problemów emocjonalnych bądź zaburzeń w zachowaniu, lęku przed zadaniami arytmetycznymi, nadpobudliwości psychoruchowej z zaburzeniami uwagi oraz trudności w czytaniu. Jednocześnie dzieci stosujące niedojrzałe strategie liczenia, np. na palcach, dodawania zamiast mnożenia mogą prawidłowo wykonać tradycyjne testy osiągnięć matematycznych.

Według Landerl, Bevan i Butterwortha (2004), wyniki w BAS odzwierciedlają funkcje istotne dla rozumowania matematycznego i posługiwania się liczbami, tj. myślenie indukcyjne, zdolności analityczne, wydobywanie informacji z magazynu pamięci długotrwałej, wiedzę o liczbach, procedurach liczenia i dokonywania podstawowych operacji arytmetycznych. Niskie wyniki w tej

skali mogą wiązać się ze słabym rozumieniem instrukcji słownych, impulsywnością, przejawiającą się zbyt gwałtownym (bez zastanowienia) reagowaniem na polecenie, oraz małą elastycznością w doborze adekwatnej strategii do rozwiązywanego zadania.

BRIANA BUTTERWORTH A MODUŁOWA KONCEPCJA DIAGNOZY DYSKALKULII

Koncepcja Butterwortha nawiązuje do poznawczej teorii modułowej J. Fodora. Wyróżnia się w niej wyspecjalizowane wrodzone moduły poznawcze oraz centralne procesy przetwarzania, które są nabywane na drodze uczenia się. Moduły specjalizują się w przetwarzaniu ściśle określonej kategorii bodźców. Zgodnie z założeniami modułowej hipotezy dyskalkulii B. Butterwortha (1999) zdolności liczenia u dzieci rozwijają się na fundamencie wrodzonego modułu cyfrowo-liczbowego, który jest doskonalony w procesie edukacji. Zakłócenia w jego funkcjonowaniu prowadzą do poważnych zaburzeń w operowaniu liczbami i utrudniają nabywanie bardziej zaawansowanych kompetencji matematycznych. Zdaniem Butterwortha, u dzieci z zaburzeniami liczenia moduł cyfrowy uległ uszkodzeniu i dlatego nie potrafią one określić, oszacować liczby elementów (np. kropek) bez liczenia -jednym spojrzeniem. Pomiaru zdolności takiej szacunkowej oceny małej liczby elementów (tzw. *subitizing*) można dokonać, stosując metody komputerowe, pozwalające na uchwycenie subtelnych różnic w funkcjonowaniu modułu cyfrowego u dzieci z trudnościami w uczeniu się matematyki i bez takich trudności. Założenia hipotezy modułowej zostały uwzględnione przez zespół Butterwortha (2004) w opracowaniu przesiewowej metody do badania dzieci z problemami w matematyce, ukierunkowanej na rozpoznanie dyskalkulii. Jest ona definiowana jako zaburzenia w posługiwaniu się liczbami niezależnie od procesu edukacyjnego i kompetencji językowych. Narzędzie ma formę testu prezentowanego komputerowo w badaniu indywidualnym z każdym dzieckiem. Obejmuje pomiar czasu reakcji i liczby popełnionych błędów w zadaniach porównywania liczb, prostego rachowania i szacowania ilości. Wyniki są automatycznie obliczane przez komputer i dostępne w formie wydruku. Jeżeli dziecko uzyskało najniższy (10%) rezultat w badaniach pilotażowych, należy do grupy dzieci z dyskalkulią. W razie osiągnięcia niskich wyników w testach prostego rachowania, a pozostałych w normie, istnieje prawdopodobieństwo wpływu niewłaściwej metody nauczania matematyki na przejawiane przez dziecko kłopoty w liczeniu. Należy podkreślić, iż narzędzie to jako jedno z nielicznych pozwala na różnicowanie uwarunkowań trudności w liczeniu. Umożliwia także wczesną pomoc dzieciom z odchyleniami od rówieśników w zakresie poprawności i szybkości liczenia.

NEUROPOZNAWCZY MODEL DYSKALKULII ROZWOJOWEJ W IZRAELU

W Izraelu zagadnieniem trudności w uczeniu się matematyki, oprócz nauczycieli, zajmują się lekarze zatrudnieni w centrach neuropediatrycznych (Shalev i wsp. 2001). Są to zarazem placówki naukowo-badawcze i usługowe, których zadaniem jest diagnoza zaburzeń rozwojowych i poszukiwanie ich neurologicznych uwarunkowań w celu udzielenia praktycznej pomocy dziecku, rodzicom i nauczycielom (por. medyczny model zaburzeń opisany we wprowadzeniu). W diagnozie dyskalkulii rozwojowej wykorzystywana jest Neuro-psychologiczna Bateria Testów Matematycznych, opracowana w roku 1993 przez zespół: Shalev, Manor, Amir, Gross-Tsur, na podstawie neuropoznawczego modelu zaburzeń liczenia u dorosłych pacjentów z uszkodzeniami mózgu, skonstruowanego przez badaczy: McCloskey, Caramazza, Basili (1985). Przeznaczona jest do badania indywidualnego, zawiera próby tradycyjne typu: papier-ołówek oraz komputerowe (do pomiaru czasu reakcji i procesów automatyzacji liczenia). Składa się z 4 części.

Część I - „Rozumienie i tworzenie liczb” obejmuje 4 typy zadań dotyczących rozumienia idei liczenia i posługiwania się liczbami oraz 2 rodzaje zadań badających umiejętność tworzenia liczb. Ocena rozumienia liczenia polega na dopasowywaniu liczb do prezentowanych ilości (np. figur geometrycznych), porównywaniu liczb pod względem ich numerycznej wielkości, sekwencyjnym ich porządkowaniu. Ocena posługiwania się liczbami obejmuje liczenie obiektów, przeliczanie seryjne, odczytywanie liczb oraz pisanie ich pod dyktando.

W drugiej części oceniana jest „Znajomość faktów liczbowych”, czyli poziom automatyzacji podawania wyników działań opanowanych wcześniej pamięciowo (w zakresie mnożenia, dzielenia, dodawania i odejmowania).

Część III - zatytułowana „Złożone zadania matematyczne” - polega na dokonaniu obliczeń sposobem pisemnym oraz rozwiązaniu zadań tekstowych.

W części czwartej oceniana jest „Znajomość ułamków” (zwykłych i dziesiętnych) oraz „Umiejętność obliczania procentów”.

Proces diagnozy przebiega na podstawie użytych narzędzi psychologicznych, jednak jakościowa analiza wyników uwzględnia także dane z wywiadu i badań medycznych.

W Polsce diagnoza działalności matematycznej dziecka dokonywana jest na podstawie badania pedagogicznego, w którym oceniana jest umiejętność wykonywania czterech operacji arytmetycznych, rozwiązywania zadań tekstowych i znajomość tabliczki mnożenia. Brak metod standaryzowanych utrudnia trafność i rzetelność diagnozy. Pojęcie dyskalkulii funkcjonuje wprawdzie w języku praktyków, jednak jej rozpoznawanie odbywa się z dużą ostrożnością, oporem i obawą. Dzieje się tak również z powodu wieloletniej tradycji wiązania trudności w uczeniu się matematyki jedynie z niewłaściwym nauczaniem tego przedmiotu bądź wyłącznie z brakiem osiągnięcia przez dziecko operacyjnego poziomu rozumowania (por. Gruszczyk-Kolczyńska 1994).

FORMY POMOCY I RODZAJE OPIEKI PSYCHOPEDAGOGICZNEJ
W KRAJACH EUROPY I ŚWIATA

Pomoc psychologiczna i terapia pedagogiczna w odniesieniu do dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki rozwija się w większości prezentowanych krajów podobnie. W pierwszej kolejności opieką obejmuje się dzieci z trudnościami w uczeniu się czytania i pisania, wyraźnie odstające od większości rówieśników. Opieka pedagogiczna opiera się na modelu korekcyjnym, który polega na usprawnianiu funkcji najgłębiej zaburzonych i rozwijaniu umiejętności najsłabiej opanowanych. Pomoc specjalistyczna udzielana jest zwykle przez specjalnie przygotowanych nauczycieli terapeutów, którzy są aktywnie włączani w proces terapii, jednocześnie szkoląc i przygotowując nauczycieli uczących dziecko do monitorowania jego postępów i systematycznej pomocy.

Terapia pedagogiczna w zakresie specyficznych trudności w uczeniu się matematyki jest słabiej rozwinięta w większości państw. Jednym z powodów tego stanu rzeczy może być brak rzetelnych i trafnych narzędzi diagnozowania problemu, a także znacznie krótszy okres zainteresowania zagadnieniem w porównaniu z badaniami nad dysleksją rozwojową.

Z raportu opracowanego przez Europejskie Towarzystwo Dysleksji - EDA (Sayles 2004) wynika, iż w krajach Unii Europejskiej występują trzy warianty opieki i pomocy dzieciom o specjalnych potrzebach edukacyjnych (SPE):

- 1) integracja w głównym nurcie nauczania, np. Włochy, Hiszpania;
- 2) nauczanie w ramach głównego nurtu kształcenia (z indywidualizacją metod) z jednoczesnym wspomaganie w postaci nauczania specjalnego: Francja, Wielka Brytania, także Polska;
- 3) możliwość edukacji tych dzieci w ramach dwóch odrębnych systemów nauczania: głównego i specjalnego, co w praktyce realizowane jest jako umieszczanie uczniów o SPE w klasach lub szkołach specjalnych-terapeutycznych, np. Belgia.

Największą efektywność wykazuje drugi model kształcenia. Ewaluacja takiej formy kształcenia skłania kraje stosujące inne formy opieki nad dziećmi o SPE do przyjęcia tego rodzaju pomocy i edukacji.

KIERUNKI ZMIAN W SYSTEMIE EDUKACJI MATEMATYCZNEJ
W PERSPEKTYWIE MIĘDYNARODOWEJ

W omawianych krajach zwraca uwagę dostrzeżenie konieczności zmian w systemie edukacji. Zmiany spowodowane są niską efektywnością nauczania matematyki w większości krajów europejskich oraz w Stanach Zjednoczonych w porównaniu z krajami azjatyckimi. Badania międzynarodowe wskazują na

niski poziom posługiwania się liczbami w codziennych sytuacjach życiowych, które coraz częściej tego wymagają, i to na coraz wyższym poziomie. Niskie są też wyniki rozumowania matematycznego u dzieci i młodzieży jako bezpośrednich odbiorców programów nauczania matematyki. Systemy edukacji zwracają się do objęcia opieką dzieci o specjalnych potrzebach edukacyjnych najwcześniej jak to możliwe. Jest to powiązane z koniecznością konstruowania narzędzi wczesnej diagnozy i profilaktyki analizowanych trudności, a także realizowaniem zasad wspomagających skuteczną integrację dzieci o SPE z ich rówieśnikami nieprzejawiającymi trudności w uczeniu się. Do głównych działań wspierających to założenie (por. Sayles 2004) należą:

- 1) wczesna interwencja i objęcie profilaktyką trójstopniową dzieci z problemami w uczeniu się matematyki,
- 2) ciągłość opieki i jej permanentny charakter (również nad uczniami w klasach starszych),
- 3) podobieństwo doświadczeń edukacyjnych dzieci o SPE w stosunku do pozostałych uczniów,
- 4) równość i brak dyskryminacji w procesie kształcenia,
- 5) udział rodziców i opiekunów w edukacji jako osób wspierających i towarzyszących dziecku w przezwyciężaniu trudności i prawidłowym radzeniu sobie z nimi emocjonalnie.

PODSUMOWANIE

1. Dzięki klasyfikacjom DSM-IV i ICD-10 możliwe staje się ujednoczenie kryteriów rozpoznawania specyficznych zaburzeń rozwoju umiejętności arytmetycznych. Potwierdzają to doniesienia badawcze z wielu krajów na różnych kontynentach (Europa, Ameryka Północna, Australia), gdzie w konstruowaniu teoretycznych modeli diagnozy stosowane są wskazówki zawarte w wymienionych klasyfikacjach zaburzeń i problemów zdrowotnych.

2. W większości krajów występuje podobny problem w zakresie praktyki związany z brakiem narzędzi diagnostycznych.

3. Poszukiwania naukowe są prowadzone i przebiegają na podobnym poziomie zaawansowania w wielu państwach; zbliżone trudności badawcze wynikają ze złożoności procesów i funkcji biorących udział w rozumowaniu matematycznym.

4. W prezentowanych krajach obserwuje się analogiczną sekwencję zainteresowania problemem - potrzeba wynikająca z praktyki (obecność dzieci z trudnościami w liczeniu) inspirowana do badań empirycznych, których wyniki służą formułowaniu teoretycznych podstaw wyjaśniania zjawiska i stanowią podłoże do opracowywania metod diagnozy oraz procedur efektywnego nauczania i terapii ujawnianych trudności.

5. W systemach nauczania matematyki w wielu krajach dominuje model społeczny i stanowisko integracji oraz indywidualizacji kształcenia dzieci o specjalnych potrzebach edukacyjnych z ich rówieśnikami bez trudności w liczeniu.

6. Doniesienia badawcze dotyczące metod stosowanych w diagnozie specyficznych trudności w uczeniu się matematyki pochodzą ze środowisk naukowych, co nie oznacza, iż te same metody są wykorzystywane w praktyce klinicznej. Najczęściej obserwowanym zjawiskiem jest: a) stosowanie przez praktyków zróżnicowanych narzędzi diagnostycznych, oceniających zdolności i osiągnięcia w zakresie matematyki u dzieci oraz b) praktyczna weryfikacja nieustannie doskonalonych metod, wykorzystywanych wcześniej w badaniach naukowych.

7. Omówione modele diagnozy zdolności posługiwania się liczbami stanowią interesującą propozycję do zastosowania w praktyce klinicznej i należy je traktować jako wzajemnie komplementarne. Mogą one być użyteczne na różnych etapach procesu diagnostycznego: a) w diagnozie różnicowej (5-poziomowy model poznawczy), 2) w wyjaśnianiu patomechanizmu (model metapoznawczy), 3) jako operacyjna definicja zdolności przetwarzania liczb (model neuropoznawczy), 4) w konstruowaniu narzędzi do ich pomiaru (koncepcja modułowa).

BIBLIOGRAFIA

- Baddeley A. (1999). *Working Memory*. Oxford: Clarendon Press.
- Badian N. (1983). *Dyscalculia and nonverbal disorders*. W: Myklebust H.R. (red.). *Progress in Learning Disabilities*. New York: Stratton.
- Butterworth B. (1999). *The Mathematical Brain*. Macmillan, London. Casas A., Castellar R. (2004). Mathematics education and learning disabilities in Spain. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 1, 62-73.
- Cornoldi C, Lucangeli D. (2004). Arithmetic education and learning disabilities in Italy. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 1, 42-49.
- Cornoldi C, Rigoni F., Tressoldi P., Vio C. (1999). Imagery deficit in nonverbal learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 32, 48-57.
- Dehaene S. (1997). *The number sense. How the mind creates mathematics*. New York: The Penguin Press.
- Desoete A., Roeyers H., Buysse A. (2001). Metacognition and mathematical problem solving in grade 3. *Journal of Learning Disabilities*, 34, 435-449.
- Desoete A., Roeyers H., de Clercq A. (2004). Children with mathematics learning disabilities in Belgium. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 1, 50-61.
- Donlan C. (ed.) (1998). *The Development of Mathematical Skills*. Hove, UK: Psychology Press.
- DSM-IV (1994). *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders*, fourth edition. Washington DC: American Psychiatric Association.
- Geary D. (2004). Mathematics and learning disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 1, 4-15.
- Geary D. C., Hoard M. K., Hamson C. O. (1999). Numerical and arithmetical cognition: patterns of functions and deficits in children at risk for mathematical disability. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74, 213-239.

- Geary D. C., Hoard M. K. (2002). *Learning Disabilities in Basic Mathematics: deficits in memory and cognition*. W: Royer J. M. (ed.). *Mathematical cognition*. Greenwich, CT: IAP, 1-37.
- Gruszczyk-Kolczyńska E. (1994). *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjne-wyrównawcze*. Warszawa: WSiP. ICD-10 (1997, 2000) *Międzynarodowa statystyczna klasyfikacja chorób i problemów zdrowotnych. Rewizja dziesiąta. Tłumaczenie polskie pt. Klasyfikacja zaburzeń psychicznych i zaburzeń zachowania w ICD-10. Opisy kliniczne i wskazówki diagnostyczne*. Uniwersyteckie Wydawnictwo Medyczne Vesalius. Instytut Psychiatrii i Neurologii, Warszawa. Jastak S., Wilkinson G. (1984). *Wide Range Achievement Test-Revised: Administration, Manual*. Wilmington DE: Jastak. Jordan N., Montani T. (1997). Cognitive arithmetic and problem solving: a comparison in children with specific and general mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 629-639.
- Kraayenoord Ch., Elkins J. (2004). Learning difficulties in numeracy in Australia. *Journal of Learning Disabilities*, 37,1, 32-41. Landerl K., Bevan A., Butterworth B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93, 99-125. Lewis C, Hitch G., Walker P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- to 10-year-old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 35, 2, 283-292. Lucangeli D., Cornoldi C. (1997). Mathematics and metacognition: what is the nature of relationship? *Mathematical Cognition*, 2, 121-139. Łuria A. R. (1976). *Podstawy neuropsychologii*. Warszawa: PZWL. MacGinitie W. H. (1993). Some limits of assessment. *Journal of Reading*, 36, 556-560. McCloskey M., Caramazza A., Basili A. (1985). Cognitive mechanism in number processing and calculation. *Brain and Cognition*, 4, 171-196. McCloskey M., Macaruso P. (1995). Representing and using numerical information. *American Psychologist*, 50, 351-363.
- Piaget J. (1952). *The Child's Conception of Number*. London: Routledge & Kegan Paul Ltd.
- Rourke B. (red.) (1985). *Neuropsychology of Learning Disabilities*. New York-London: Guilford Press. Rourke B., Conway J. (1997). Disabilities of arithmetic and mathematical reasoning: perspectives from neurology and neuropsychology. *Journal of Learning Disabilities*, 30, 3446. Sayles H. (2004). *Dysleksja i inne zaburzenia uczenia w Europie*. W: A. Grabowska, K. Rymarczyk (red.) (2004). *Dysleksja. Od badań mózgu do praktyki*. Warszawa: IBD PAN, 291-302.
- Shafir U., Siegel L. (1994). Subtypes of learning disabilities in adolescents and adults. *Journal of Learning Disabilities*, 27, 123-134. Shalev R., Manor O., Amir N., Gross-Tsur V. (1993). The acquisition of arithmetic in normal children: assessment by a cognitive model of dyscalculia. *Developmental Medicine and Child Neurology*, 35, 593-601. Shalev R., Manor O., Kerem B., Ayali M., Badichi N., Friedlander Y., Gross-Tsur V. (2001). Developmental dyscalculia is a familial learning disability. *Journal of Learning Disabilities*, 34,1, 59-65.
- Wong B. (1996). *The ABCs of Learning Disabilities*. New York: Academic Press. Woodward J. (2004). Mathematics education in the United States: past to present. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 1, 16-31. Woodward J., Ono Y. (2004). Mathematics and academic diversity in Japan. *Journal of Learning Disabilities*, 37, 1, 74-82.

SUMMARY

Recognition of specific difficulties with learning and their presence in the international classifications of disorders DSM-IV and ICD-10 has increased an interest in the problem of a greater and greater circle of specialists - both researchers and clinicians. In the recent years, beside the problems with reading and writing, their interest has focused on the problems with learning mathematics called the developmental dyscalculia. The study contains reflections on the latter type of school problems in the international perspective. It presents theoretical models of diagnosis and attempts at their implementation and application in the clinical practice. The article shows the diagnostic, therapeutic and educational problems occurring in European countries as well as in North America and Australia.