

MARCIN CZUPRYNA

*O współzależności giełd na przykładzie
giełdy polskiej i niemieckiej*

On the stock markets interdependency

Słowa kluczowe: giełdy papierów wartościowych, kointegracja

Key words: stock markets, cointegration

Wstęp

W artykule zweryfikowano hipotezę o istnieniu współzależności pomiędzy giełdami polską i niemiecką oraz o wpływie procesu konwergencji na obserwowaną współzależność obu opisywanych w niniejszym artykule giełd. Na temat analizy procesu integracji rynków finansowych istnieje bogata literatura. Baela, Fernando, Hordahl i Krylova wyróżniają trzy główne podejścia do takiej analizy: oparte na analizie cen, oparte na analizie wpływu informacji oraz oparte na danych ilościowych [por. Baele i inni, 2004]. W ramach pierwszego podejścia bada się korelacje oraz stopień kointegracji poziomu cen i stóp zwrotów akcji czy też, jak w pracy [Heston i inni, 1994], porównywana jest siła zależności branżowych i krajowych. Drugie podejście, odnoszące się do analizy wpływu tych samych informacji na poziom cen (a zarazem stopy zwrotu) giełd różnych krajów zostało zastosowane w pracach Hanouska i Kocendy [2011] oraz Będowskiej-Sójki [2010]. W trzecim podejściu bada się strukturalne zależności pomiędzy giełdami wynikające z powiązań i przepływów finansowych. W pracach Yusupovej [2005], Syriopoulou [2007] oraz Horvatha i Petrovskiego [2012] analizie podlega współzależność giełd krajów wschodzących Europy Środkowo-Wschodniej i Europy

Zachodniej, w kontekście wejścia nowych krajów członkowskich do Unii Europejskiej w 2004 roku. Uzyskiwane wyniki wskazują na powiązanie pomiędzy giełdami tych regionów. Systematyczną analizę współzależności pomiędzy giełdami można też znaleźć w pracy Mrzygłód [2011]. Dotychczasowe omawiane w literaturze wyniki są niejednoznaczne. Zależą one zarówno od zastosowanej metody, jak na przykład w pracy Liu i Wan [2011], a także od danych użytych w analizie, w szczególności od rozważanego okresu. W niniejszym opracowaniu podjęto zagadnienie niejednoznaczności wyników analizy procesu kointegracji giełd na przykładzie Giełdy Niemieckiej we Frankfurcie i Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. W artykule pokazano, opierając się na danych empirycznych, że wybór właściwych indeksów stosowanych w analizie kointegracji ma istotne znaczenie dla uzyskiwanych wyników. W szczególności zaobserwowano istnienie zjawiska kointegracji danych dziennych dla indeksów DAX (indeks dochodowy, 30 największych spółek) oraz WIG20TR (indeks dochodowy, 20 największych spółek). Kointegrację stwierdzono także dla poziomów otwarcia obu rozważanych indeksów pomimo nieuwzględnienia w analizie ich synchronizacji czasowej. Natomiast w badanym okresie nie zaobserwowano dla danych dziennych kointegracji indeksów DAX i WIG (indeks dochodowy, obejmujący większość spółek notowanych na GPW) oraz DAX i WIG20¹ (indeks cenowy, 20 największych spółek). Dla indeksu WIG20 oraz DAX stwierdzono istnienie kointegracji pomiędzy indeksami wyłącznie dla danych 5-minutowych. Nie stwierdzono takiej zależności dla danych godzinowych.

Uzyskane wyniki sugerują, że niewłaściwe jest wnioskowanie na podstawie analiz statystycznych opartych na danych dziennych (spotykanych w literaturze) wykorzystujących indeksy różnych typów (np. spółki wchodzące w skład portfeli indeksowych różnią się ze względu na wielkość kapitalizacji, zdarzenia pozarynkowe są uwzględniane w odmienny sposób), np. DAX i WIG czy też DAX i WIG20.

1. Kointegracja indeksów GPW i Deutsche Boerse

1.1. Konstrukcja głównych indeksów

Sposób obliczania indeksów istotny dla interpretacji uzyskanych wyników został szczegółowo przedstawiony na przykładzie indeksu DAX. Sposób obliczania WIG20TR jest analogiczny.

Indeks DAX oblicza się za pomocą wzoru [por. *Guide to...*, 2011]:

$$I_t = K_T \times \frac{\sum_{i=1}^n p_{it} \times q_{it} \times ff_{iT} \times c_{it}}{\sum_{i=1}^n p_{i0} \times q_{i0}} \times B, \quad (1)$$

¹ Kointegrację pomiędzy tymi indeksami można zaobserwować po uwzględnieniu trendu deterministycznego.

gdzie

I_t – wartość bieżąca (tzn. w chwili t) indeksu,

p_{i0} – cena akcji spółki oznaczonej indeksem i w chwili wejścia spółki do indeksu (po raz pierwszy),

q_{i0} – liczba akcji spółki oznaczonej indeksem i w portfelu rozważanego indeksu w chwili wejścia spółki do indeksu (po raz pierwszy),

p_{it} – bieżąca, tzn. w chwili t , cena akcji spółki oznaczonej indeksem i ,

q_{it} – bieżąca, tzn. w chwili t , liczba akcji spółki oznaczonej indeksem i w portfelu rozważanego indeksu,

ff_{it} – procentowy udział akcji znajdujących się w wolnym obrocie w chwili T dla spółki oznaczonej indeksem i ,

c_{it} – współczynnik korygujący dla akcji spółki oznaczonej indeksem i w chwili t ,

K_T – współczynnik korygujący indeksu w chwili T ,

n – liczba (różnych) spółek, których akcje wchodzi w skład portfela rozważanego indeksu,

B – wartość bazowa rozważanego indeksu.

Współczynnik korygujący indeksu K_T uwzględnia zmiany np. rodzaju spółek wchodzących w skład portfela indeksu lub liczby akcji danej spółki znajdujących się w portfelu indeksu. Współczynnik ten np. dla indeksu DAX jest obliczany co kwartał, w momencie rewizji składu indeksu (dzień ostatniej takiej rewizji poprzedzającej chwilę bieżącą t został oznaczony we wzorze symbolem T).

Taki sposób konstrukcji ma zapewnić ciągłość indeksu mimo zmian składu portfela indeksu zarówno co do reprezentowanych w nim spółek, jak i liczby uwzględnianych w portfelu akcji tych spółek.

Współczynnik korygujący, oznaczony we wzorze (1) symbolem c_{it} , jest obliczany dla każdej spółki wchodzącej w skład portfela danego indeksu oraz dla każdej sesji giełdowej. Uwzględnia on wpływ takich zdarzeń jak wypłata dywidendy, zmiana wartości nominalnej akcji, podniesienie kapitału lub podział spółki.

Sposób dokonywania korekty ze względu na wypłatę dywidendy oraz podniesienie kapitału (z uwzględnieniem praw poboru) przedstawiono we wzorach (2) oraz (3).

(2)

$$c_{it} = \frac{P_{i,t-1}}{P_{i,t-1} - D_{i,t}} \times c_{i,t-1}$$

gdzie

$P_{i,t-1}$ – cena zamknięcia akcji spółki oznaczonej indeksem i w chwili $t-1$ (dzień przed pierwszym notowaniem bez dywidendy),

$D_{i,t}$ – wartość wypłaconej w chwili t dywidendy przypadającej na jedną akcję spółki oznaczonej indeksem i ,

$$c_{it} = \frac{P_{i,t-1}}{P_{i,t-1} - BR_{i,t-1}} \times c_{i,t-1} \quad (3)$$

gdzie

$p_{i,t-1}$ – cena zamknięcia akcji spółki oznaczonej indeksem i w chwili $t - 1$ (dzień przed pierwszym notowaniem bez uwzględniania praw poboru),

$BR_{i,t-1}$ – wartość teoretyczna praw poboru w chwili $t - 1$ dla spółki oznaczonej indeksem i , por. (4)

$$BR_{i,t-1} = \frac{P_{i,t-1} - p_B - DN}{BV + 1} \quad (4)$$

gdzie

p_B – cena nowej emisji,

BV – liczba akcji (praw poboru) potrzebna do objęcia 1 akcji nowej emisji,

DN – korekta uwzględniająca negatywny wpływ nowej emisji na dywidendę.

Taki sposób korekty jest charakterystyczny dla indeksów dochodowych (przy założeniu, że cały dochód z dywidendy oraz praw poboru jest inwestowany w portfel akcji). Korekty takie nie są dokonywane lub dokonywane w inny sposób (na przykład dla indeksu WIG20 [por. *Podstawowe algorytmy...*, 2012] w przypadku praw poboru spółka jest kolejno wyłączana, a następnie włączana do indeksu) dla indeksów cenowych.

Najważniejsze cechy indeksów rozważanych w niniejszym artykule przedstawiono w poniższej tabeli.

Tabela 1. Charakterystyki wybranych indeksów Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie oraz Giełdy Niemieckiej we Frankfurcie

Giełda	Indeks	Typ	Liczba spółek	Notowanie	Częstotliwość
DB	DAX	Dochodowy	30	09:00–17:30	1 s
DB	X-DAX	Na podstawie futures	30	08:00–09:00 17:45–22:15	Zależnie od zdarzeń
DB	L/E – DAX	Dochodowy	30	Poza godzinami XETRA	60 s
GPW	WIG20	Cenowy	20	09:00–17:45	15 s
GPW	WIG20TR	Dochodowy	20	11:15, 15:15, 17:45	3 razy dziennie
GPW	WIG	Dochodowy	Wszystkie	09:00–17:45	60 s

Źródło: opracowanie własne na podstawie informacji GPW i Deutsche Boerse AG.

Szeregi czasowe reprezentujące poziomy omówionych powyżej indeksów zostały wykorzystane do badań empirycznych zjawiska kointegracji rozważanych w artykule giełd.

W badaniach wykorzystano następujące szeregi czasowe zawierające poziomy indeksów (poziom otwarcia i zamknięcia) w następujących okresach (o ile były dostępne):

- dane dzienne: od 1 stycznia 2006 do 31 stycznia 2013 r.;
- dane godzinowe: od 6 listopada 2012 (godzina 10:00) do 4 lutego 2013 r. (godzina 10:00);
- dane minutowe (co 5 minut): od 28 stycznia 2013 (godzina 09:05:00) do 4 lutego 2013 r. (godzina 16:55:00).

Źródłem danych zawierających poziomy indeksów L/E DAX oraz X-DAX był portal Google Finance (<https://www.google.com/finance>), dla pozostałych indeksów – portal Stooq (www.stooq.com). Obliczenia zostały wykonane w programie Matlab, w szczególności za pomocą dedykowanego pakietu Econometrics Toolbox, [*Econometrics Toolbox...*, 2013].

W analizie stacjonarności wykorzystano test stacjonarności (istnienia pierwiastka jednostkowego) Dickeya–Fullera (1979). W szczególności zastosowano uzupełniony test Dickeya–Fullera z trendem (ang. *Augmented Dickey–Fuller test with drift*).

Badano hipotezę zerową (H_0), zgodnie z którą poziom indeksów opisuje równanie (5).

$$y_t = y_{t-1} + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \beta_p \Delta y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (5)$$

Wobec hipotezy alternatywnej (H_1)

$$y_t = c + \varphi y_{t-1} + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \beta_p \Delta y_{t-p} + \varepsilon_t, \varphi < 1 \quad (6)$$

Jako statystykę testową wykorzystano

$$ADF = \frac{T \times (\hat{\varphi} - 1)}{1 - \hat{\beta}_1 - \dots - \hat{\beta}_p} \quad (7)$$

Wyboru opóźnienia p dokonano zgodnie z następującą procedurą [por. np. Hayashi, 2000].

Dla p_{\max} określonego za pomocą wzoru [por. Schwert, 1989]:

$$p_{\max} = \left[12 \times \left(\frac{T}{100} \right)^{1/4} \right] \quad (8)$$

We wzorach (5)–(8) przyjęto następujące oznaczenia:

y – proces stochastyczny ARIMA $(p,1,0)$, którego wartości (realizacje) reprezentują wartości rozważanego indeksu, natomiast y_t – zmienna losowa (w tym przypadku zmienna losowa y_t reprezentuje wartość indeksu w chwili t),

$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ – przyrost wartości indeksu w chwili t ,

ε_t – zmienna losowa, niezależny biały szum (ang. *white-noise*), formalny zapis własności zmiennej losowej przedstawiono np. w [Hayashi, 2000],

c, β, φ – współczynniki procesu stochastycznego y , symbolem „ \wedge ” oznaczono oszacowania wartości odpowiednich współczynników,

T – liczba obserwacji.

Przeprowadzono test dla odpowiednio $p = 0, 1, \dots, p_{\max}$. Wyboru ostatecznej statystyki dokonano za pomocą kryterium informacyjnego Schwarzera [por. Schwarz, 1978].

Dla żadnego z rozpatrywanych szeregów czasowych indeksów nie było podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o niestacjonarności szeregu czasowego. Kolejnym krokiem była analiza kointegracji wybranych par indeksów zgodnie z metodą Engle’a i Grangera [por. Engle i inni, 1987].

W tym celu oszacowano parametry regresji w wersji podstawowej (oznaczonej „c”)

$$y_{1,t} = c + \gamma y_{2,t} + \varepsilon_t \quad (9)$$

oraz odpowiednio w wersji rozszerzonej (oznaczonej „ct”)

$$y_{1,t} = c_1 + c_2 t + \gamma y_{2,t} + \varepsilon_t \quad (10)$$

Badanie stacjonarności szeregu reszt przeprowadzono za pomocą testu ADF dla $p = 0$ oraz odpowiednio $p = 2$ opóźnień.

Procesy stochastyczne y_1 oraz y_2 reprezentują wartości rozważanych par indeksów (oznaczonych indeksem 1 i odpowiednio 2), analogicznie zmienne losowe $y_{1,t}$ oraz $y_{2,t}$ reprezentują wartości indeksów w chwili t . Symbolami, odpowiednio c, c_1, c_2 oraz γ , oznaczono parametry składowe wektora kointegrującego. Symbolem ε_t oznaczono zmienną losową, tzw. niezależny biały szum.

Wyniki analiz przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2. Wyniki analizy kointegracji szeregów czasowych wybranych indeksów. W pierwszej kolumnie pokazano nazwy indeksów (pierwszego z rozważanej pary), w drugiej indeks poziomu otwarcia (oznaczony literą O) oraz zamknięcia (oznaczony literą C), w trzeciej i czwartej analogiczne informacje dla drugiego indeksu z rozważanej pary, w kolumnie piątej wynik testu na poziomie istotności 0,05 – fałsz oznacza brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej o braku kointegracji (niestacjonarności szeregu czasowego reszt), prawda oznacza zasadność odrzucenia hipotezy zerowej i przyjęcia hipotezy alternatywnej o istnieniu kointegracji. W kolejnych kolumnach pokazano poziom istotności, wartość statystyki testowej oraz wartości krytyczne testu. Ostatnie 2 kolumny zawierają kolejno liczbę różnic w teście ADF, oznaczoną p w równaniu (5); wersję testu – równania (9) albo (10).

Ind1	O/Z	Ind2	O/Z	Wynik	Poziom istotności	Wartość statystyki	Wartość krytyczna	Liczba opóźnień	Wersja
wig20	C	dax	C	prawda	0,002	-4,823	-3,789	0	ct
wig20	C	dax	C	fałsz	0,712	-1,589	-3,342	0	c
wig20	C	dax	C	prawda	0,004	-4,658	-3,789	2	ct
wig20	O	dax	O	fałsz	0,749	-1,509	-3,342	2	c
wig20	O	dax	O	fałsz	0,749	-1,509	-3,342	2	c
wig20	O	dax	O	prawda	0,005	-4,596	-3,789	2	ct
wig20eur	C	dax	C	fałsz	0,83	-1,304	-3,342	2	c
wig20tr	C	dax	C	prawda	0,03	-3,533	-3,342	2	c
wig20tr	O	dax	O	prawda	0,021	-3,667	-3,342	2	c
wig20	O	xdax	C	fałsz	0,667	-1,688	-3,355	2	c
wig20	O	ledax	O	fałsz	0,806	-1,379	-3,355	2	c
wig20H	C	daxH	C	fałsz	0,518	-2,013	-3,348	2	c
wig20M	C	daxM	C	prawda	0,04	-3,437	-3,347	2	c
wig20	C	dax	C	fałsz	0,125	-3,406	-3,798	2	ct
wig	C	dax	C	fałsz	0,147	-3,328	-3,794	2	ct
wig	C	dax	C	fałsz	0,607	-1,818	-3,345	2	c

Źródło: opracowanie własne.

Zaobserwowano istnienie zjawiska kointegracji dla danych dziennych dla indeksów DAX (indeks dochodowy, 30 największych spółek) oraz WIG20TR (indeks dochodowy, 20 największych spółek). Kointegrację stwierdzono także dla poziomów otwarcia obu indeksów mimo ich braku synchronizacji czasowej. Wynik ten sugeruje, że właściwy wybór analizowanych indeksów ma większy wpływ na uzyskiwane wyniki niż ich synchronizacja czasowa. W badanym okresie dla danych dziennych nie zaobserwowano kointegracji indeksów DAX i WIG (indeks dochodowy, wszyst-

kie spółki) oraz DAX i WIG20² (indeks cenowy, 20 największych spółek). Dla pary indeksów DAX i WIG20 zjawisko kointegracji można zaobserwować, uwzględniając trend deterministyczny – por. równanie (10). Taki trend możemy interpretować jako strumień dywidend, pomijanych w konstrukcji indeksu WIG20. Uwzględnienie trendu deterministycznego w przypadku pary indeksów DAX i WIG nie wpływa na uzyskiwane wyniki. Dla danych 5-minutowych możemy zaobserwować kointegrację indeksów DAX i WIG20. Nie jest ona natomiast obserwowana dla danych godzinowych. Takie obserwacje mogą wynikać z relatywnie rzadkiego (raz dziennie) w porównaniu z częstotliwością obserwacji (co 5 minut) uwzględniania w indeksie dywidend i praw poboru. Przy danych godzinowych korekty są relatywnie, w stosunku do liczby obserwacji, częstsze.

Dodatkowo za pomocą zmodyfikowanego testu strukturalnego Chowa [por. Hansen, 1992] zweryfikowano hipotezę o zmianie zależności kointegrującej pomiędzy indeksami WIG20TR oraz DAX. W tym celu podzielono dzienne obserwacje na dwa równoliczne podokresy. Ostatecznie poziom istotności zmiany wartości wektora kointegrującego obserwowanego w obu rozważanych podokresach testowano za pomocą testu Walda [por. Hansen, 1992].

Wyniki testu Walda przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3. Wyniki analizy zmiany wektora kointegrującego szeregów czasowych wybranych indeksów WIG20TR oraz DAX

Wynik	Poziom istotności	Wartość statystyki	Wartość krytyczna
Prawda	0	409,93	5,991

Źródło: opracowanie własne.

Uzyskane wyniki sugerują, że w obserwowanym okresie zmieniła się współzależność (relacja kointegrująca reprezentowana przez odpowiedni wektor) pomiędzy obiema giełdami.

Zakończenie

Wyniki analiz pokazują istnienie relacji kointegrującej pomiędzy analogicznymi indeksami Giełdy Niemieckiej we Frankfurcie oraz Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Dodatkowo na podstawie danych empirycznych pokazano, że wybór indeksów, a w szczególności ich porównywalność ze względu na portfel spółek wchodzących w skład indeksu i jego konstrukcję, ma istotne znaczenie dla uzyskiwanych

² Kointegrację pomiędzy tymi indeksami można zaobserwować po uwzględnieniu trendu deterministycznego.

wyników. W szczególności niewłaściwy jest wybór i zastosowanie w analizie zjawiska kointegracji giełd par indeksów, w których jeden indeks jest dochodowy, natomiast drugi – cenowy. Analogicznie nie powinny być stosowane w takiej analizie pary indeksów, w których jeden z indeksów reprezentuje wyłącznie spółki o dużej kapitalizacji, natomiast drugi – wszystkie spółki, niezależnie od wartości ich kapitalizacji. Synchronizacja czasowa szeregów czasowych obserwowanych indeksów wydaje się mieć mniejsze znaczenie.

W artykule pokazano także, że wartości wektora kointegrującego dla indeksów WIG20TR oraz DAX zmieniły się w czasie. W dalszych badaniach przyczyny takiej zmiany w ostatnich 3 latach będą analizowane dokładniej.

Bibliografia

1. Baele L., Fernando A., Hordahl P., Krylova E., *Measuring European Financial Integration*, „ECB Occasional Paper, no. 14” 2004.
2. Będowska-Sójka B., *Intraday CAC40, DAX20 and WIG20 returns when the American macro news is announced*, „Bank i Kredyt” 2010, nr 2 (41).
3. Dickey D., Fuller W., *Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root*, „Journal of American Statistical Association” 1979, 74.
4. *Guide to Equity Indices of the Deutsche Borse*, 6.17, Deutsche Borse AG 2012.
5. *Econometrics Toolbox MATLAB, User's Guide R2013a*, aktualna wersja dostępna pod adresem http://www.mathworks.com/help/releases/R2013b/pdf_doc/econ/econ.pdf (01.10.2013).
6. Engle R., Granger C., *Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing*, „Econometrica”, 55, 1987.
7. Hanousek J., Kocenda E., *Foreign News and Spillovers In Emerging European Stock Markets*, „Review of International Economics”, 19, 2011.
8. Hansen B., *Tests for Parameter Instability In regressions with I(1) Processes*, „Journal of Business and Economic Statistics” 10, 1992.
9. Hayashi F., *Econometrics*, Princeton University Press, Princeton New Jersey, 2000.
10. Heston S., Rouwenhorst K., *Does industrial structure explain the benefits of the international diversification*, „Journal of Financial Economics”, 46, 1994.
11. Horvath R., Petrovski D., *International Stock Market Integration; Central and South Eastern Europe Compared*, „IOS Working Papers”, 2012.
12. Liu L., Wan J., *The relationships between Shanghai stock market and CNY/USD exchange rate: New evidence based on cross-correlation analysis, structural cointegration and nonlinear causality test*, „Physica A”, 2012.
13. Mrzygłód U., *Procesy integracyjne na rynkach kapitałowych Unii Europejskiej*, „Materiały i Studia Narodowego Banku Polskiego” 2012, zeszyt 257.
14. Mrzygłód U., Nowak S., *The Analysis of Selected European Stock Markets Cointegration*, „Journal of Emerging and Transition Countries” 2009, nr 2.
15. *Podstawowe algorytmy indeksów giełdowych*, Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie, Warszawa 2012.
16. Schwarz G., „Estimating a Dimension of a Model, The Annals of Statistics” 1978, vol. 6, no. 2.
17. Schwert G., *Tests for Unit Roots: A Monte Carlo Investigation*, „Journal of Business and Economic Statistics”, 7, 1989.

18. Syriopoulos T., *Dynamic Linkages between Emerging European and Developed Stock Markets: Has EMU Any Impact?*, "International Review of Financial Analysis", 16, 2007.
19. Yusupova E., *The Equity Market Integration of the Central and Eastern European Countries. Does the Timing of EMU Accession Matter?*, "Kiel Institute for World Economics, Working Paper, no. 429, 2005.

On the stock markets interdependency

The paper verifies the hypothesis of the existence of relationships between Polish and German stock markets and the impact of the convergence process. The relationship between the stock exchanges was represented by co-integration indices DAX and WIG20 or WIG. No co-integration between DAX and WIG or WIG20 is observed unless additionally the correction of the trend of the WIG20 index is taken into account. However the co-integration between indices WIG20TR and the DAX is observed. Both indices constructed in a similar way and representing largest companies of both stock markets. These results suggest the hypothesis of the existence of correlation between the two exchanges. A significant change in the structure of co-integration in the period July 2009 – December 2012, compared with the previous period and 2006 to June 2009 is observed.